

JANINA DERYŁO-STĘPNIAK
ANDRZEJ KOPCEWICZ
JAN ŚLIWKA

518:528.425.4

Badanie dokładności numerycznych modeli terenu na przykładach liczbowych

Artykuł niniejszy stanowi dalszy ciąg cyklu publikacji dotyczących projektowania robót ziemnych na obszarze zakładu przemysłowego. Jest to próba podsumowania eksperymentów mających na celu analizę dokładności numerycznych modeli terenu uzyskanych na podstawie pomiarów tachimetrycznych i fotogrametrycznych. Praca wykonana została na zlecenie Biura Projektów Przemysłu Hutniczego BIPROHUT i obejmowała obliczenia oraz analizę dokładności wysokości punktów i objętości mas ziemnych uzyskiwanych na podstawie modeli numerycznych.

1. Charakterystyka danych źródłowych

Jako dane źródłowe wykorzystano:

- współrzędne x , y , z pikiet otrzymane z pomiaru tachimetrycznego,
- współrzędne x , y , z pikiet odczytane ze zdjęć lotniczych przy użyciu autografu A8,
- wyniki niwelacji geometrycznej,
- mapy sytuacyjno-wysokościowe w skali 1 : 1000.

W związku z koniecznością pilnego dostarczenia map niezbędnych dla opracowania projektu Huty Katowice, w okresie od połowy listopada 1971 do połowy maja 1972 r., na obszarze około 1100 ha wykonano pomiary tachimetryczne. Osnowę pomiarów stanowiły ciągi tachimetryczne nawiązane do punktów osnowy fotogrametrycznej (poligonizacja II kl. oraz punkty wcięte). Pomiary wykonane zostały przez Katowickie Okręgowe Przedsiębiorstwo Miernicze tachimetrami autoredukcyjnymi Dahlta z wykorzystaniem stolików Karti, z dokładnością przewidzianą dla opracowania map w skali 1 : 1000 — kategoria terenu A. Przeciętne zagęszczenie pikiet wy-

nosiło około 30 punktów na 1 ha. Wyniki zdjęcia tachimetrycznego wykorzystano do budowy numerycznego modelu terenu i obliczenia wielkości robót ziemnych jeszcze przed opracowaniem map.

Pod koniec kwietnia 1972 r. wykonane zostały zdjęcia lotnicze na obszarze około 4500 ha, obejmującym szeroki pas otoczenia projektowanego zakładu, dla potrzeb lokalizacji dróg, linii energetycznych, zaplecza technicznego i mieszkaniowego budowy itp. Zdjęcia wykonano kamerą szeroką kątną o długości ogniskowej $f = 115,34$ mm w przybliżonej skali 1 : 5000.

W ten sposób, dzięki pokryciu tego samego terenu zdjęciem tachimetrycznym i fotogrametrycznym, powstała możliwość porównania i przeanalizowania użytych metod pod względem dokładnościowym. Przeprowadzenie takiej analizy uzasadnione było koniecznością sprawdzenia wykonanych w trudnych warunkach pomiarów tachimetrycznych (zima, pośpiech). Ponadto dane fotogrametryczne zamierzano wykorzystać do obliczeń objętości mas ziemnych na obiektach towarzyszących Hucie, niezbędne więc było określenie błędów obliczenia tych objętości.

Dla przeprowadzenia badań wydzielono z obszaru podwójnego pokrycia teren o powierzchni około 100 ha, zagospodarowany użytkami rolnymi, poprzecinany rowami, drogami, o dosyć znacznym pochyleniu dochodzącym do 6%. Na wybranym fragmencie terenu przy użyciu autografu Wilda A8 wykonano mapę sytuacyjno-wysokościową w skali 1 : 1000 z zastosowaniem cięcia warstwicowego 1,0 m oraz odczytano rzędne pikiet dla około 22 punktów na 1 ha.

Celem uzyskania ogólnej charakterystyki dokładnościowej porównywanych metod pomiaru rzeźby terenu zaprojektowano i wykonano w terenie 5 przekrojów niwelacyjnych o łącznej długości 3 375 m. Współrzędne punktów początkowych i końcowych przekrojów wyznaczono metodą wcięć wstecz do punktów triangulacji szczegółowej kl. II lokalnego znaczenia, uzyskując średnie błędy położenia tych punktów w granicach od 0,019 do 0,052 m. Pomiar niwelacyjny przekrojów wykonano niwelatorem samopoziomującym Ni 025 Zeissa w nawiązaniu do reperów niwelacji III klasy. Pikiet na przekrojach nie stabilizowano, stawiając łatę bezpośrednio na gruncie.

2. Analiza dokładności warstwic

Na podstawie porównania przekrojów z mapami sporządzonymi metodą fotogrametryczną i tachimetryczną obliczono średnie błędy wysokości warstwic wg wzoru

$$m_w = \pm \sqrt{\frac{[\epsilon\epsilon]}{n}}, \quad (1)$$

gdzie:

ε — błędy prawdziwe wysokości warstw,ic,

n — liczba błędów

oraz średnie błędy zróżnicowania terenu [5]

$$m_{zr} = \pm \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon] + [\mu\mu]}{n}}, \quad (2)$$

gdzie μ — błędy prawdziwe wysokości charakterystycznych punktów załamania terenu wzdłuż profilów kontrolnych. W wyniku uzyskano następujące wartości:

— dla metody fotogrametrycznej $m_w = \pm 0,302$ m,

$m_{zr} = \pm 0,351$ m;

— dla metody tachimetrycznej $m_w = \pm 0,313$ m,

$m_{zr} = \pm 0,376$ m.

Porównanie map wykonanych dwoma metodami pozwoliło na wykrycie błędu grubego w pomiarze tachimetrycznym (błąd 1 m na stanowisku). Typowe przesunięcie warstw,ic, uzyskane z porównania map badanego fragmentu ilustruje rysunek 1.

Z uwagi na znaczne zaawansowanie robót ziemnych, na badanym terenie nie można było wykonać niwelacji metodą siatkową, która byłaby bardziej odpowiednia dla scharakteryzowania dokładności porównywanych metod opracowania map sytuacyjno-wysokościowych.

Na podstawie przedstawionych wyników w danym przypadku można uważać, że badane metody są pod względem dokładnościowym równorzędne.

3. Analiza dokładności wysokości punktów

Dla 159 punktów przekrojów niwelacyjnych o znanych wysokościach z_n obliczono współrzędne x , y . Na podstawie współrzędnych x , y tych punktów wyinterpolowano ich wysokości z modelu tachimetrycznego i fotogrametrycznego. Do obliczenia wysokości zastosowano interpolację liniową opisaną w [1].

Traktując różnice

$$N - F \quad \text{oraz} \quad N - T,$$

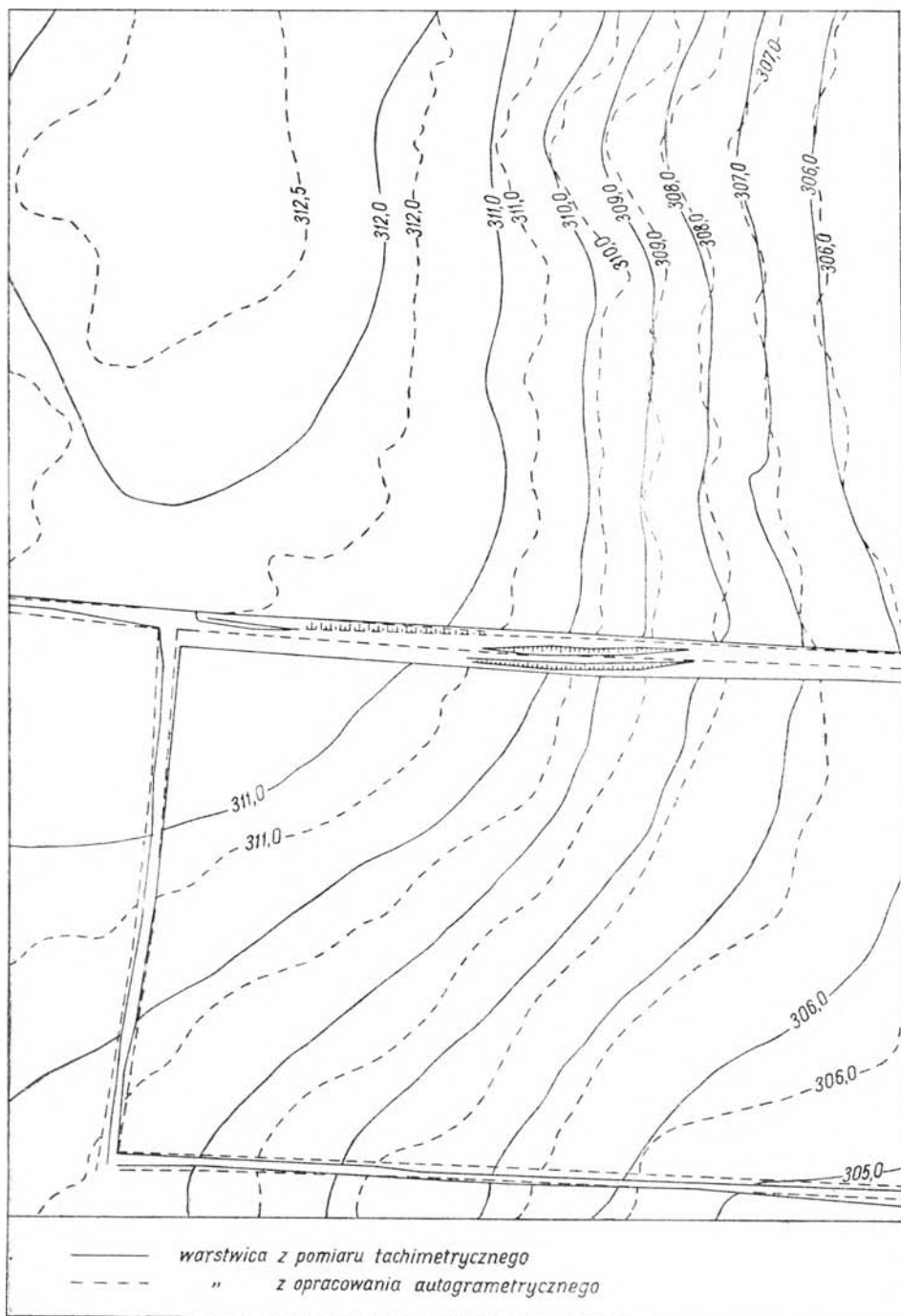
gdzie:

N — wysokość punktu z niwelacji,

F — wysokość obliczona z modelu fotogrametrycznego,

T — wysokość obliczona z modelu tachimetrycznego;

jako błędy prawdziwe wysokości uzyskanych z modeli numerycznych obliczono błędy średnie uzyskując wartości:



Rys. 1

a) dla modelu fotogrametrycznego

$$m_f = \pm \sqrt{\frac{[(N-F)^2]}{159}} = \pm 0,25 \text{ m}, \quad (3)$$

b) dla modelu tachimetrycznego

$$m_t = \pm \sqrt{\frac{[(N-T)^2]}{159}} = \pm 0,39 \text{ m}, \quad (4)$$

Pomiędzy analizowanymi 159 punktami znaleziono 15, dla których różnice $F-T$ były większe od 0,5 m. Te stosunkowo duże różnice zlokalizowane są głównie na rowach, skarpach, drogach oraz innych drobnych formach terenowych i zostały spowodowane nieadekwatnym do wykonanych obserwacji sposobem automatycznej interpolacji. W zastosowanej metodzie interpolacji można oczekiwać poprawnych wyników przy większym zagęszczeniu i starannym wyborze pikiet na lokalnych deformacjach terenu. Eliminując 15 powyższych punktów otrzymano błędy średnie:

a) dla modelu fotogrametrycznego

$$m'_f = \pm 0,16 \text{ m}$$

b) dla modelu tachimetrycznego

$$m'_t = \pm 0,22 \text{ m}.$$

Na podstawie różnic $F-T$ obliczono również ich średni błąd

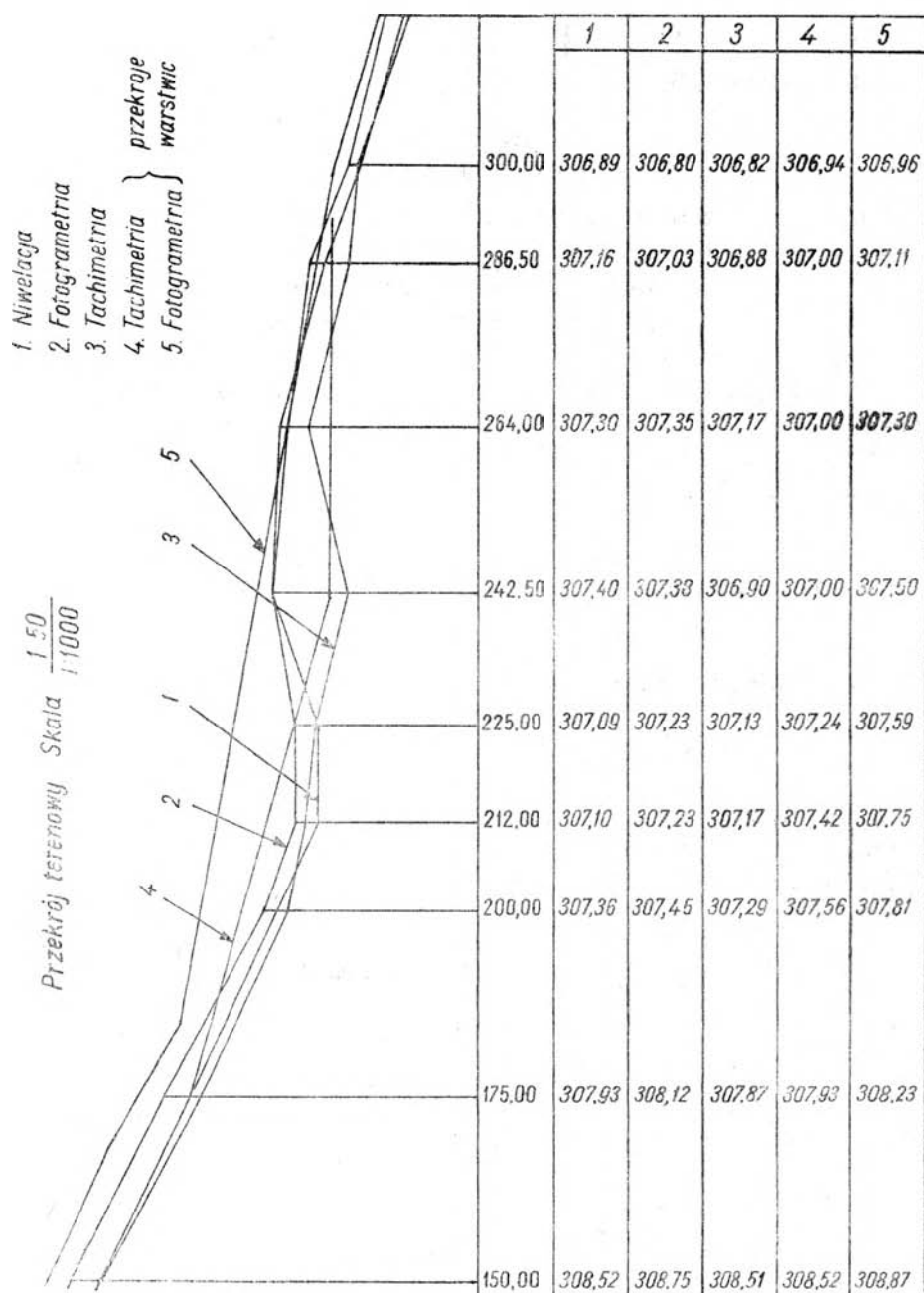
$$m = \pm \sqrt{\frac{[(F-T)^2]}{143}} = \pm 0,20 \text{ m}. \quad (5)$$

Dla pełniejszej ilustracji danych liczbowych przedstawiono poniżej w tablicy 1 ilościowy rozkład błędów oraz na rysunku 2 fragment przekroju terenowego.

Rozkład błędów

Tablica 1

Przedziały błędów w cm	Liczba błędów w zbiorach		
	$N-F$	$N-T$	$F-T$
0—10	68	77	61
10—20	52	31	38
20—30	23	23	24
30—40	7	7	15
40—50	3	8	6
> 50	6	13	15
Razem	159	159	159
w tym: dodatnich	76	93	94
ujemnych	83	66	65



Rys. 2

Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że obydwie analizowane modele terenu są równorzędne pod względem dokładnościowym oraz że błąd średni rzędnej wyinterpolowanej z modelu wynosi około 0,2 m.

4. Analiza dokładności objętości mas ziemnych

Wykorzystując modele tachimetryczny i fotogrametryczny wykonano obliczenie mas ziemnych dla 4 tarasów o polach równych: 24 ha, 22,5 ha, 17,5 ha, 12,5 ha.

Dla oszacowania dokładności obliczenia mas ziemnych zastosowano wzór

$$M_0 = \pm \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{\Delta W}{P_W}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{P_N}\right)^2\right]}{4t}}, \quad (6)$$

gdzie:

$\Delta W, \Delta N$ — różnice między niezależnie obliczonymi objętościami wykopów W i nasypów N ,

P_W, P_N — pola wykopów P_W i nasypów P_N ,

t — liczba tarasów,

M_0 — średni błąd względny objętości przypadający na jednostkę pola.

Na podstawie wyników zamieszczonych w tablicy 2 otrzymano

$$M_0 = 0,05 \text{ m}. \quad (7)$$

Korzystając z podanej wartości M_0 można oszacować błąd średni objętości mas ziemnych wzorem

$$M = 0,05 P, \quad (8)$$

gdzie P — pole obliczenia mas ziemnych wyrażone w metrach kwadratowych.

Analizę dokładności obliczenia mas ziemnych można również przeprowadzić wychodząc ze wzoru na objętość elementarnej bryły [1] o podstawie trójkąta:

$$V = \frac{1}{3} P (\Delta z_1 + \Delta z_2 + \Delta z_3), \quad (9)$$

gdzie:

P — pole podstawy,

$\Delta z_1, \Delta z_2, \Delta z_3$ — różnice rzędnych projektowanych i terenowych odpowiednich wierzchołków.

Wzór ten jest ścisły jeżeli przyjmiemy, że w elementarnej bryle o podstawie trójkąta występuje albo wykop albo nasyp. Dla oszacowania do-

Tablica 2

Zestawienie objętości nasypów i wykopów

TARAS	model	PT m ²	PW m ²	PN m ²	W m ³	N m ³	ΔW m ³	ΔN m ³
1	T		9 7706	14 2294	-232 870	255 409		
	F	24 0000	9 6612	14 3388	-233 102	272 154	+232	-16 745
2	T	22 5000	8 9170	13 5830	-226 108	355 600	-3 837	-10 035
	F		8 5472	13 9528	-222 271	345 635		
3	T	17 5000	11 4436	6 0564	-456 258	221 379	+10 455	+ 3 691
	F		11 4968	6 0032	-466 713	217 688		
4	T	12 5000	7 1484	5 3516	-120 735	84 254	+12 061	- 8 692
	F		6 9386	5 5614	-132 796	92 946		

Objaśnienia:

- T — obliczenia na podstawie modelu tachimetrycznego,
 F — obliczenia na podstawie modelu fotogrametrycznego,
 PT — pole tarasu,
 PW — pole wykopu,
 PN — pole nasypu,
 W, N — objętość wykopu i nasypu,
 ΔW, ΔN — różnice objętości wykopu i nasypu z modelu T i F.

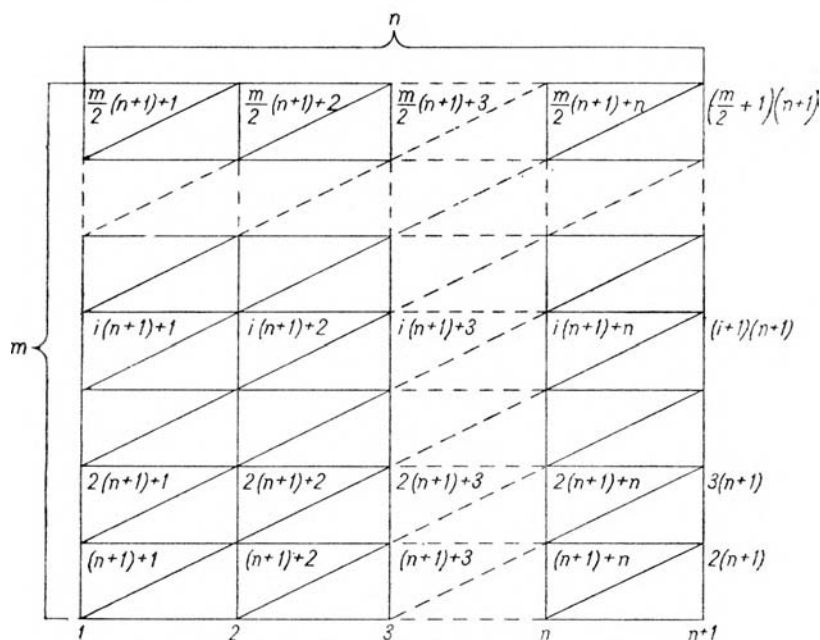
kładności przyjęto upraszczające założenie, że przy obliczaniu objętości występuje tylko jeden z wyżej wymienionych przypadków.

Rozpatrzmy taras o kształcie prostokąta $ABCD$, składający się z m trójkątów w n pasach, co szczegółowo przedstawia rysunek 3.

Prostokąt $ABCD$ zawiera zatem $\frac{mn}{2}$ prostokątów, z których każdy składa się z dwóch trójkątów. Powierzchnie wszystkich prostokątów w tarasie są równe i wynoszą $2P$.

Objętość bryły o podstawie $ABCD$, przy podanym powyżej założeniu upraszczającym wynosi:

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{1}{3} P \left(\Delta z_{(n+1)} + \Delta z_{\frac{m}{2}(n+1)+1} + 2 \Delta z_1 + 2 \Delta z_{\left(\frac{m}{2}+1\right)(n+1)} + \right. \\
 & + 3 \sum_{k=2}^n \Delta z_k + 3 \sum_{k=\frac{m}{2}(n+1)+2}^{\frac{m}{2}(n+1)+n} \Delta z_k + 3 \sum_{k=2}^{\frac{m}{2}} \Delta z_{(n+1)k} + 3 \sum_{k=1}^{\frac{m}{2}-1} \Delta z_{(n+1)k+1} + \\
 & \left. + 6 \sum_{r=2}^n \sum_{k=1}^{\frac{m}{2}-1} \Delta z_{(n+1)k+r} \right). \quad (10)
 \end{aligned}$$



Rys. 3

Po zróżniczkowaniu wzoru (10) i przyjęciu, że średnie błędy określenia wysokości punktów są sobie równe:

$$m_{z_1} = m_{z_2} = m_{z_3} = \dots = m_z \left(\frac{m}{2} + 1 \right) (n+1) = m_z,$$

otrzymamy wzór na średni błąd objętości rozpatrywanej bryły

$$m_v = \frac{1}{3} P m_z \sqrt{18 mn - 9m - 18n + 10}. \quad (11)$$

W tablicy (3) przedstawiono wartości średnich błędów objętości mas ziemnych dla prostokąta o powierzchni 1 ha przy różnych wartościach parametrów m i n . Z tablicy tej wynika, że wartość m_v maleje wraz ze wzrostem m i n , co oznacza, że wraz ze zmniejszeniem się powierzchni elementarnego trójkąta, maleje również średni błąd objętości mas ziemnych m_v .

W praktycznych obliczeniach komputerowych należy oczywiście ustalić optymalne wartości m i n , które zapewnią z jednej strony właściwą dokładność obliczeń z drugiej zaś strony nie wpłyną na nadmierne zwiększenie czasochłonności.

Dla porównania wyznaczono również średnie błędy obliczenia mas ziemnych dla tarasów zamieszczonych w tablicy 2 za pomocą wzoru (8). Stwierdzono, że błędy te są średnio dwa razy większe od wartości błędów

Tablica 3

**Zestawienie średnich błędów
obliczenie mas ziemnych za pomocą
wzoru 11 dla różnych parametrów
 m i n na obszarze 1 ha**

m	n	P [m ²]	mv [m ³]
2	1	5000,0	1100
4	2	1250,0	750
8	4	312,5	430
16	8	78,1	234

Objaśnienia:

m — liczba trójkątów w pasie,

n — liczba pasów,

P — pole trójkąta elementarnego,

mv — średni błąd obliczenia mas
ziemnych według wzoru (11).

określonych wzorem (11), co jest zgodne z oczekiwaniem, ponieważ wzór (11) odzwierciedla tylko wpływ błędów rzędnych na błąd obliczenia objętości bryły o kształcie regularnym, dającej się podzielić na graniastosłupy o podstawie trójkąta. We wzorze tym nie jest ujęty wpływ błędów odtworzenia powierzchni terenowej przez zbiór punktów modelu.

Wartości błędów oszacowane wzorem empirycznym (8) są również uzależnione od zastosowanych algorytmów interpolacji rzędnych oraz obliczenia objętości mas ziemnych.

5. Wnioski

1. W wyniku przeprowadzonych eksperymentów stwierdzono, że wykonane w aktualnych warunkach produkcyjnych numeryczne modele terenu; tachimetryczny i fotogrametryczny, charakteryzują się w przybliżeniu jednakową dokładnością.

2. Błąd średni obliczenia rzędnej terenowej na podstawie obydwóch badanych modeli wynosi około 0,2 m.

3. Wyznaczone na podstawie obydwóch modeli terenowych objętości mas ziemnych są obarczone błędem około 500 m³ na powierzchni 1 ha. W odniesieniu do konkretnych wyników uzyskanych przy obliczeniu robót ziemnych HUTY KATOWICE oznacza to 2÷3% błędu.

4. Dla zwiększenia dokładności modeli numerycznych konieczny jest staranniejszy wybór pikiet na rowach, drogach i innych sztucznych formach terenowych, odpowiadający zastosowanej metodzie interpolacji.

L I T E R A T U R A

- [1] *Deryło J., Kopcewicz A.*: Wykorzystanie numerycznego modelu terenu dla celów obliczania objętości i kosztów robót ziemnych na obszarze projektowanego obiektu przemysłowego. Prace IGiK t. XX, zeszyt 2 (47), 1973.
- [2] *Praca zbiorowa*: Sprawozdanie z prac obliczeniowych wykonanych na zlecenie BIPROHUT-u w Zakładzie Informatyki Geodezyjnej i Kartograficznej IGiK. Maszynopis 1973.
- [3] *Hausbrandt S.*: Rachunek wyrównawczy i obliczenia geodezyjne. PPWK, Warszawa, t. 1, rok 1970, t. 2, rok 1971.
- [4] *Sliwka J.*: Analiza użyteczności systemu informacji geodezyjnej w procesie projektowania zakładów hutniczych. PW 1973. Maszynopis pracy doktorskiej.
- [5] *Fellman J.*: Kryterium obioru zasadniczego cięcia warstwicowego dla archeologicznych planów inwentaryzacyjnych w dużych skalach. Zeszyty naukowe PW. Geodezja z .2, 1969.
- [6] *Zabysznyj A. S.*: Issledowanie tocznosti podszczota objomow ziemlianych rabot pri trassirivanii awtomobilnych dorog po krupnomassztabnym planam i kartam. Inż. Gieodiezija, z. 11, Kijew 1972.

Recenzował: doc. dr Jerzy Gaździcki

Rękopis złożono w Redakcji w październiku 1973 r.

ЯНИНА ДЭРЫЛО-СТЭПНЯК
АНДЖЕЙ КОПЦЕВИЧ
ЯН СЛИВКА

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ НОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕСТНОСТИ НА ЦИФРОВЫХ ПРИМЕРАХ

Резюме

В статье представлены результаты экспериментов, проведённых для анализа точности номерных моделей местности, полученных на основании тахеометрических измерений.

Установлено, что исследование модели, изготовленные при конкретных производственных условиях, имеют приблизительно одинаковую точност. Вычисленные на их базе ординаты местности обременены средней ошибкой около 0,2 м, а объём земных масс — средней ошибкой около 500 м³ на поверхности 1 га.

JANINA DERYŁO-STĘPNIAK
ANDRZEJ KOPCEWICZ
JAN ŚLIWKA

A STUDY ON THE ACCURACY OF NUMERICAL MODELS OF TERRAIN

Summary

In this article, the results of experimental study carried out to analyse the accuracy of numerical terrain models, obtained on the basis of tacheometrical and photogrammetrical measurements are presented.

It was proved that the tested models, made up at real the production works were of almost the same accuracy. The mean-square error of the computed heights of terrain had a value of about 0,2 m, the mean-square error of the computed earth mass volume had a value of about 500 m³ on the surface of one hectare.